Risoluzione del sistema lineare:

$$\begin{cases} x-3y+5z=22 \\ 3x-y=-6 \\ 2x+z=-7 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 22 \\ 3 & -1 & 0 & -6 \\ 2 & 0 & 1 & -7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -9 & 15 & 66 \\ 3 & -1 & 0 & -6 \\ 6 & 0 & 3 & -21 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -9 & 15 & 66 \\ 0 & 8 & -15 & -72 \\ 0 & 18 & -27 & -153 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -9 & 15 & 66 \\ 0 & 8 & -15 & -72 \\ 0 & 2 & -3 & -17 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -9 & 15 & 66 \\ 0 & 8 & -15 & -72 \\ 0 & 8 & -12 & -68 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -9 & 15 & 66 \\ 0 & 8 & -15 & -72 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & -6 \\ 0 & 8 & -15 & -72 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & -6 \\ 0 & 8 & 0 & -52 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & \frac{-12}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-13}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & \frac{-25}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-13}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{-25}{6} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-13}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-25}{6} \\ y=\frac{-13}{2} \\ z=\frac{4}{3} \end{cases}$$

Sostituendo alle equazioni iniziali (per verifica):

$$x-3y+5z=22 \Leftrightarrow -\frac{25}{6}-3\left(\frac{-13}{2}\right)+5\left(\frac{4}{3}\right)=22 \Leftrightarrow -\frac{25}{6}+\frac{39}{2}+\frac{20}{3}=22 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{-25+3\cdot 39+2\cdot 20}{6}=22 \Leftrightarrow \frac{-25+117+40}{6}=22 \Leftrightarrow \frac{132}{6}=22 \Leftrightarrow 22=22$$

$$3x-y=-6 \Leftrightarrow \frac{3\cdot(-25)}{6}-\left(\frac{-13}{2}\right)=-6 \Leftrightarrow -\frac{25}{2}+\frac{13}{2}=-6 \Leftrightarrow \frac{13-25}{2}=-6 \Leftrightarrow -\frac{12}{2}=-6 \Leftrightarrow -6=-6$$

$$2x+z=-7 \Leftrightarrow \frac{2\cdot(-25)}{6}+\frac{4}{3}=-7 \Leftrightarrow \frac{-25+4}{3}=-7 \Leftrightarrow -\frac{21}{3}=-7 \Leftrightarrow -7=-7$$

Quindi il punto di incontro dei tre piani ha coordinate $\left(\frac{-25}{6}, -\frac{13}{2}, \frac{4}{3}\right)$ ...